秘密★启用前

2021年山西省高考考前适应性测试
文科数学参考答案

评分说明:

1. 考生如按其他方法或步骤解答,正确的,同样给分;有错的,根据错误的性质,参照评分说明中相应的规定评分.

2. 计算题只有最后答案而无演算过程的,不给分;只写出一般公式但未能与试题所给的具体条件联系的,不给分.

A卷选择题答案

一、选择题

1. C　2. C　3. B　4. B　5. C　6. B　7. B　8. B　9. C　10. C　11. D　12. B

B卷选择题答案

1. A　2. B　3. B　4. D　5. C　6. A　7. C　8. A　9. C　10. C　11. D　12. D

A、B卷非选择题答案

二、填空题

13. $-\frac{4}{5}$

14. 2

15. $\frac{\sqrt{5}}{5}$,5

16. 6

三、解答题

17. 解:

(1)选择条件①.

由题意可得:

$a_2=a_1\cdot\left[-\frac{(2-1)(2\times2+1)}{(2+1)(2\times2-1)}\right]=-\frac{5}{6}$; ………………………… 2分

同法可求 $a_3=\frac{7}{12}$; ………………………… 3分

$a_4=-\frac{9}{20}$; ………………………… 4分

猜想 $a_n=(-1)^{n+1}\frac{2n+1}{n(n+1)}$. ………………………… 6分

选择条件②.

由题意可得:$\frac{a_2}{a_1}=-\frac{(2-1)(2\times2+1)}{(2+1)(2\times2-1)}=-\frac{5}{9}$.

又因为 $a_1>0$,$a_1a_2=-\frac{5}{4}$. 两式联立解得 $a_1=\frac{3}{2}$,$a_2=-\frac{5}{6}$. ………………………… 2分

所以 $a_3=a_2\cdot\frac{(3-1)(2\times3+1)}{(3+1)(2\times3-1)}=\frac{7}{12}$; ………………………… 3分

同法可求 $a_4 = -\dfrac{9}{20}$； …………………………………………………………………… 4分

猜想 $a_n = (-1)^{n+1}\dfrac{2n+1}{n(n+1)}$. …………………………………………………………… 6分

(2)由已知 $a_1 = \dfrac{3}{2}, \dfrac{a_2}{a_1} = -\dfrac{1\times 5}{3\times 3}, \dfrac{a_3}{a_2} = -\dfrac{2\times 7}{4\times 5}, \cdots, \dfrac{a_n}{a_{n-1}} = -\dfrac{(n-1)(2n+1)}{(n+1)(2n-1)}, (n \geqslant 2)$

得 $a_1 \cdot \dfrac{a_2}{a_1} \cdot \dfrac{a_3}{a_2} \cdot \cdots \cdot \dfrac{a_n}{a_{n-1}} = \dfrac{3}{2} \times \left(-\dfrac{1\times 5}{3\times 3}\right) \times \left(-\dfrac{2\times 7}{4\times 5}\right) \times \cdots \times \left[-\dfrac{(n-1)(2n+1)}{(n+1)(2n-1)}\right], (n \geqslant 2)$

即 $a_n = (-1)^{n-1} \cdot \dfrac{2n+1}{n(n+1)}, (n \geqslant 2)$. 可验证，当 $n = 1$ 时该式也成立，

即猜想正确. …………………………………………………………………………………… 8分

因为 $a_n = (-1)^{n+1}\dfrac{2n+1}{n(n+1)} = (-1)^{n+1}(\dfrac{1}{n} + \dfrac{1}{n+1})$, …………………………………… 10分

所以 $S_{2n} = a_1 + a_2 + a_3 + \cdots + a_{2n}$

$= (1 + \dfrac{1}{2}) - (\dfrac{1}{2} + \dfrac{1}{3}) + (\dfrac{1}{3} + \dfrac{1}{4}) - \cdots - (\dfrac{1}{2n} + \dfrac{1}{2n+1})$

$= 1 - \dfrac{1}{2n+1} = \dfrac{2n}{2n+1}$. …………………………………………………………………… 12分

18. **解**：(1)设 AB 的中点为 E，连接 PE 与 DE，

因为 $\triangle PAB$ 是等腰三角形，$PA = PB$，所以 $PE \perp AB$，又因为 $AB \perp PD$，$PD \cap PE = P$，

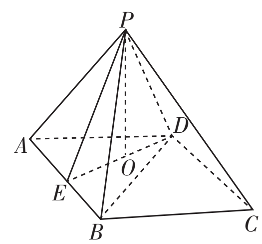
所以 $AB \perp$ 平面 PED， ………………………………………………………… 2分

则 $AB \perp DE$，$\therefore BD = AD = \sqrt{2}$，$\because AB = 2$，所以 $\triangle ABD$ 是等腰直角三角形，且 $BD \perp AD$. ………………………………………………………………………… 6分

(2)由(1)可知 $AB \perp$ 平面 PED，即平面 $PED \perp$ 平面 ABD， ………………… 7分

又因为 $PC = \sqrt{5}$，$CD \parallel AB$，$\therefore CD \perp PD$，$\therefore PD = 1$， ………………… 9分

又 $PE = DE = 1$，$\therefore \triangle PDE$ 为正三角形.



（第18题答图）

设 DE 的中点为 O，则 $PO \perp$ 平面 $ABCD$，且 $PO = \dfrac{\sqrt{3}}{2}$，

则 $S_{底面} = AB \cdot DE = 2$， ……………………………………………………………………… 11分

所以四棱锥 $P-ABCD$ 的体积为 $V = \dfrac{1}{3} \times 2 \times \dfrac{\sqrt{3}}{2} = \dfrac{\sqrt{3}}{3}$. …………………………………… 12分

19. **解**：(1)根据频率分布直方图各小长方形面积之和为1，结合题意，得

$\left(\dfrac{1}{8} + \dfrac{1}{4} + \dfrac{1}{2} + 1\right) \times 10m + 0.2 + 0.15 + 0.05 = 1$，即 $m = 0.032$； ……………………… 3分

(2)由频率分布直方图可知，样本数据的平均值可估计为

$35 \times 0.04 + 45 \times 0.08 + 55 \times 0.16 + 65 \times 0.32 + 75 \times 0.20 + 85 \times 0.15 + 95 \times 0.05 = 67.1$，

故此次笔试的平均成绩可估计为67.1分； ……………………………………………………… 6分

(3)根据题意，录取率为 $\dfrac{600}{2000} = 0.3$，故应录取成绩最高的30%的报名者，

根据频率直方图可知，80~100分及以上占总体的比例可估计为20%，

70~100分及以上占总体的比例可估计为40%，

故录取分数线在70~80之间，

设录取分数线为 x，则 $\dfrac{80-x}{80-70} \times 0.2 + 0.15 + 0.05 = 0.3$，解得 $x = 75$，

故该公司招聘的录取分数线可估计为75分. ……………………………………………………… 12分

20. **解**:(1) $f(x)$定义域为$(0,+\infty)$,故$f(x)$在$(1,+\infty)$上有定义.

$f'(x)=\frac{1}{x}+2ax-(2a+1)=\frac{2ax^2-(2a+1)x+1}{x}=\frac{(x-1)(2ax-1)}{x}$. ………………………………… 2分

当$a=0$时,$f'(x)=\frac{1-x}{x}$,当$x\in(1,+\infty)$时,$f'(x)<0$,故$f(x)$在$(1,+\infty)$上单调递减; ………… 3分

当$a\neq 0$时,令$f'(x)=0$,得$x=1$或$\frac{1}{2a}$.

由题$f(x)$在$(1,+\infty)$上单调,只需$\frac{1}{2a}\leqslant 1$,解得$a<0$,或$a\geqslant\frac{1}{2}$. ………………………… 4分

综上,a的取值范围为$(-\infty,0]\cup\left[\frac{1}{2},+\infty\right)$. ……………………………………………… 5分

(2)由(1)得$f(x)$在$(1,+\infty)$上有极小值,必有$0<a<\frac{1}{2}$,此时$\frac{1}{2a}>1$. …………………………… 6分

令$f'(x)<0$,得$1<x<\frac{1}{2a}$;令$f'(x)>0$,得$0<x<1$,或$x>\frac{1}{2a}$,

故$f(x)$在$\left(1,\frac{1}{2a}\right)$上单调递减,在$\left(\frac{1}{2a},+\infty\right)$上单调递增. ……………………………………… 7分

故$f(x)$在$x_0=\frac{1}{2a}$处取得极小值$f\left(x_0\right)=\ln x_0+ax_0^2-(2a+1)x_0=\ln x_0+\frac{1}{2x_0}\cdot x_0^2-\left(\frac{1}{x_0}+1\right)x_0=\ln x_0-\frac{x_0}{2}-1$.

…………………………………………………………………………………………………… 9分

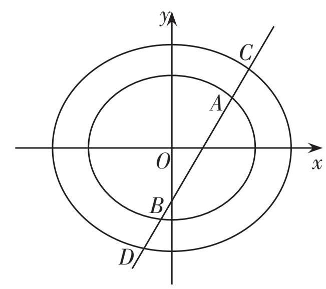
记$h(x)=\ln x-\frac{x}{2}-1(x>1)$,$h'(x)=\frac{1}{x}-\frac{1}{2}=\frac{2-x}{2x}$,令$h'(x)>0$,得$1<x<2$;令$h'(x)<0$,得$x>2$,故$h(x)$在$(1,2)$上单调递增,在$(2,+\infty)$上单调递减. ……………………………………………………… 11分

$\therefore\ h(x)_{\max}=h(2)=\ln 2-2$,故该极小值的最大值为$\ln 2-2$. ………………………………… 12分

21. **解**:(1)设椭圆C_2的标准方程为$\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1(a>b>0)$,焦距为$2c$,则由题意得

$$\begin{cases}\frac{c}{a}=\frac{1}{2},\\ \frac{2b^2}{a}=3\sqrt{2},\\ c^2=a^2+b^2.\end{cases}$$ ………………………………………………………… 2分

解得$a=2\sqrt{2}$,$b=\sqrt{6}$,因此C_2的标准方程为$\frac{x^2}{8}+\frac{y^2}{6}=1$. ……………………… 5分



(第21题答图)

(2)设$A(x_1,y_1)$,$B(x_2,y_2)$,$C(x_3,y_3)$,$D(x_4,y_4)$,

由$\begin{cases}\frac{x^2}{4}+\frac{y^2}{3}=\lambda,\\ y=\sqrt{3}x+m,\end{cases}$ 得$15x^2+8\sqrt{3}mx+4m^2-12\lambda=0\left(\lambda=1或2\right)$,

$\because\ l$与C_1,C_2相交,只需当$\lambda=1$时$\Delta>0$,$\therefore -\sqrt{15}<m<\sqrt{15}$. ………………………… 7分

又$\because\ \frac{x_1+x_2}{2}=\frac{x_3+x_4}{2}=-\frac{4\sqrt{3}m}{15}$,$\therefore\ AB$与$CD$的中点相同,则$|AC|=\frac{|CD|-|AB|}{2}$, ………………… 9分

$$\therefore\ |AC|=\frac{1}{2}\times 2\times\left(\left|x_3-x_4\right|-\left|x_1-x_2\right|\right)$$

$$=\frac{\sqrt{4\times 8\times 6(30-m^2)}}{30}-\frac{\sqrt{4\times 4\times 3(15-m^2)}}{15}$$ ………………………………… 11分

$$=\frac{4\sqrt{3}\left(\sqrt{30-m^2}-\sqrt{15-m^2}\right)}{15}=\frac{4}{5}$$

解得$m=\pm\sqrt{3}$,此时$\Delta>0$,故$m=\pm\sqrt{3}$. …………………………………………………… 12分

选考题

22. **解:**(1)由$\rho^2=x^2+y^2$, $\rho\sin\theta=y$,

又$\rho^2=\dfrac{4}{3-\cos2\theta}=\dfrac{4}{2+2\sin^2\theta}$,即$2\rho^2+2\rho^2\sin^2\theta=4$,

得$2x^2+4y^2=4$,即C的直角坐标方程为:$\dfrac{x^2}{2}+y^2=1$. ………………………………………………………………… 4分

(2)将$\begin{cases}x=-\dfrac{4}{3}+t\cos\alpha\\ y=-\dfrac{7}{3}+t\sin\alpha\end{cases}$代入$C$:$\dfrac{x^2}{2}+y^2=1$有$\left(-\dfrac{4}{3}+t\cos\alpha\right)^2+2\left(-\dfrac{7}{3}+t\sin\alpha\right)^2=2$,

化简得$\left(3\cos^2\alpha+6\sin^2\alpha\right)t^2-4\left(2\cos\alpha+7\sin\alpha\right)t+32=0$,

设A,B两点对应的参数分别为t_1,t_2,则

$t_1+t_2=\dfrac{4\left(2\cos\alpha+7\sin\alpha\right)}{3\cos^2\alpha+6\sin^2\alpha}$, $t_1t_2=\dfrac{32}{3\cos^2\alpha+6\sin^2\alpha}$. ………………………………………………………… 6分

由$\overrightarrow{PA}=2\overrightarrow{PB}$得$t_1=2t_2$, $\dfrac{(t_1+t_2)^2}{t_1t_2}=\dfrac{t_1}{t_2}+\dfrac{t_2}{t_1}+2$, ………………………………………………………… 8分

因此$\dfrac{\left(2\cos\alpha+7\sin\alpha\right)^2}{6\cos^2\alpha+12\sin^2\alpha}=\dfrac{9}{2}$即$5\tan^2\alpha-28\tan\alpha+23=0$,

解得$\tan\alpha=\dfrac{23}{5}$或1,经检验此时$\Delta>0$,故直线l的方程为$x-y-1=0$或$69x-15y+57=0$. ………… 10分

23. **解:**(1)$f(x)=|3x-1|+2|x-3|=\begin{cases}5x-7,x\geqslant3,\\ x+5,\dfrac{1}{3}\leqslant x<3,\\ -5x+7,x<\dfrac{1}{3}.\end{cases}$ ………………… 2分

当$x\geqslant3$时,函数$f(x)$单调递增,并且$f(x)\geqslant8$;

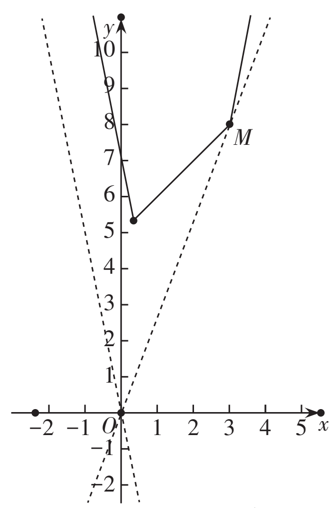
当$\dfrac{1}{3}\leqslant x<3$时,函数$f(x)$单调递增,并且$f(x)\geqslant\dfrac{16}{3}$;

当$x<\dfrac{1}{3}$时,函数$f(x)$单调递减,并且$f(x)>\dfrac{16}{3}$.

综上当$x>\dfrac{1}{3}$时,函数$f(x)$单调递增,

当$x<\dfrac{1}{3}$时,函数$f(x)$单调递减.且$f(x)\geqslant\dfrac{16}{3}$. ………………………… 4分

要使关于x的方程$|3x-1|+2|x-3|=a$有两个不同的根,则a的取值范围$\{a|a>\dfrac{16}{3}\}$. ………………………………………………………………………… 5分



(第23题答图)

(2)因为$f(3)=8$,记点$M(3,8)$,坐标原点为$O(0,0)$,

则直线OM的斜率为$k=\dfrac{8}{3}$. ………………………………………………………………………… 7分

当直线$y=bx$的斜率$b<-5$,或$b\geqslant\dfrac{8}{3}$时,该直线与函数$f(x)=|3x-1|+2|x-3|$的图象相交. …………… 9分

因为不等式$f(x)\leqslant bx$的解集非空,所以b的取值范围是$\{b|b<-5$,或$b\geqslant\dfrac{8}{3}\}$. ………………………… 10分